

[解答例]

ボアモデルでは.

$$\begin{aligned}\Delta E = h\nu &= \frac{-me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) Z^2 \\ &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2\end{aligned}$$

また $\Delta E = h\tilde{\nu}c$ より

$$\tilde{\nu} = \frac{\Delta E}{ch} = \frac{me^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2 = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2$$

ルンダ効果により $Z^2 = (Z-S)^2$ (S はルンダ定数)

$$\text{よって } \sqrt{\nu} = \sqrt{R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) (Z-S)}$$

K系列のとき $n_1=1, n_2=2, Z-1 = Q_K$ を代入すると.

$$\sqrt{\nu} = Q_K \left(\frac{3}{4} R \right)^{1/2} \quad (R = \nu_0)$$

L系列のとき $n_1=2, n_2=3, Z-7.4 = Q_L$ を代入すると.

$$\sqrt{\nu} = Q_L \left(\frac{5}{36} R \right)^{1/2} \quad (R = \nu_0)$$

とすると、Moselyの式と一致する。