

化学概論第一 5月14日出題分 略解

(1)井戸型ポテンシャルでは井戸内のポテンシャルは $V=0$ と置くことが出来るので、波動方程式は

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi}{dx^2} + E\phi = 0 \quad (1)$$

この式の解として

$$\phi = A \sin(ax) \quad (2)$$

と置き、(2)式を(1)式に代入すると、

$$\frac{\hbar^2}{2m} \{-A\alpha^2 \sin(ax)\} + E\{A \sin(ax)\} = 0$$

E について整理すると

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} \alpha^2 \quad (3)$$

$x=0, \phi=0$ と $x=L, \phi=0$ の条件より

$$\sin(\alpha L) = 0$$

これを解くと

$$\alpha = \frac{n\pi}{L} \quad (4)$$

(4)式を(3)式に代入すると、

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \times \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{1}{2m} \times \frac{h^2}{4\pi^2} \times \frac{n^2\pi^2}{L^2} = \frac{h^2 n^2}{8mL^2} \quad (5)$$

(2) $n = 3$ から $n = 4$ への遷移におけるエネルギー差 ΔE は(5)式を用いると

$$\Delta E = E_4 - E_3 = \frac{7h^2}{8mL^2} = h\nu = h\frac{c_0}{\lambda}$$

ただし、 c_0 は真空中の光速度とする。

よって遷移波長 λ は

$$\lambda = \frac{8mL^2c_0}{7h} \quad (6)$$

(6)式に $m = m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg, $h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js, $c_0 = 2.998 \times 10^8$ ms⁻¹,
 $L = 7.27 \text{ \AA} = 7.27 \times 10^{-10}$ mを代入すると

$$\text{(答)} \quad \lambda = 2.4894 \dots \times 10^{-7} \text{ m} \cong 249 \text{ nm}$$