

緒言

近年のコンピュータの飛躍的進歩により、分子軌道計算をパソコン上でも行うことができるようになった。本実験の目的は、MOPAC を用いて分子の構造、エネルギー、分子軌道の計算方法を体験することである。このようなプログラムパッケージは、理論になれていない人が対象とされており、そのおかげで、実験化学者、特に有機系の研究者、学生に対しても計算化学という分野が身近なものになってきた。未知の分子、実在しない分子であってもそれらを計算することができる。新素材、医薬品の研究開発の現場では、実際の合成を行う前に、標的化合物の性能評価を行うことが可能となりつつある。

理論化学を専門にしない人にとっても、計算の信頼性や精度を正しく評価できるだけの能力を養うことは重要である。今回利用する MOPAC の全てを black boxとして扱うのではなく、最低限の計算の原理を知っておく必要がある。また、どの計算方法（つまりどのハミルトニアンを選択するか）が、どのような実験の再現に適しているかという得手不得手の問題にも留意する必要がある。

分子軌道図の評価

- 原子軌道  $\chi$  は既知であるとして、LCAO 近似の連立方程式を解く。求めた分子軌道、
$$\phi_i = C_{1i} \chi_1 + C_{2i} \chi_2 + C_{3i} \chi_3 + \dots$$
における各係数の2乗は、その原子の属する原子の周りの電子密度への寄与を表す。また、係数の符号には次のような意味がある。  
 $C_{\mu i} C_{\nu i}$  が同符号  $\mu, \nu$  間は結合性  
 $C_{\mu i} C_{\nu i}$  が異符号  $\mu, \nu$  間は反結合性
- 原子軌道の軌道密度分布 ( $\chi_{\mu}^2$ ) を考えると、 $\chi_{1s}, \chi_{2s}$  などの s 軌道は球対称だから等値曲面は球面になる。 $\chi_{2px}, \chi_{2py}, \chi_{2pz}$  の場合の等値曲面は涙滴型のローブを二つくっつけた形にして、片方のローブに斜線を入れる。 $\chi_{2px}$  の位相の情報は重要だから、 $(\chi_{2px})^2$  のつもりで描いた場合でもそれを記すのである。
- 分子軌道の軌道密度分布を描く場合にも、原子軌道の描き方を頭に入れておいて、たとえばLCAO 係数が 0.3 なら、0.3 倍した原子軌道を描き、係数が正なら白抜き、負なら斜線を入れる（同/異符号の区別が重要、符号は任意）。ローブの大きさは係数の大きさを反映しているので、原子軌道が分子軌道へ寄与する程度が一目瞭然となる。

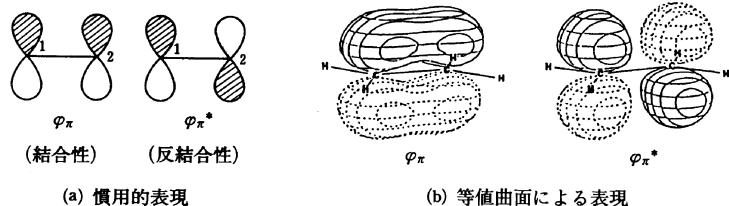


図1 エチレンの  $\pi, \pi^*$  軌道

エチレンの  $\pi$  と  $\pi^*$  の分子軌道は、 $\chi_1, \chi_2$  をそれぞれの炭素の  $\chi_{2pz}$  とすると、

$$\phi_{\pi^*} = 0.7071 \chi_1 - 0.7071 \chi_2$$

$$\phi_{\pi} = 0.7071 \chi_1 + 0.7071 \chi_2$$

となる。これに対して図1に慣用的な表現法と等値曲面法で描いた。 $\phi_{\pi^*}$  に電子があると節面で隔てられている結合は弱くなる。 $\pi^*$  は「反結合的」の意味で用いる。一般に節の数の多い軌道は少ない軌道より高エネルギーであることは、弦の振動の類推で理解できる。

- 図1(b)に記したように、 $\pi$  と  $\pi^*$  の軌道は、 $2p_z$  軌道が主成分であることが直ちに見てとれる。一方、他の原子軌道  $C\ sp^2$  や  $H\ 1s$  はどこで使われているかということ、 $\pi$  や  $\pi^*$  の結合の形成に用いられている（ $\pi$  と  $\pi^*$  の軌道には混ざってこない）。 $\pi$  や  $\pi^*$  の分子軌道のエネルギー準位は  $\pi$  と  $\pi^*$  のもっと下や上の方にある。
- このような原子軌道の使い分けが起こる理由は、原子軌道の重なり方の対称性が一致したものだけが相互作用するという原理に基づいている。 $\pi$  型の重なり（2原子を含む平面に対して、鏡面反対称性を持つ）は  $\pi^*$  軌道を、 $\sigma$  型の重なり（2原子を結ぶ直線の回りに円筒対称性を持つ）は  $\sigma$  や  $\sigma^*$  軌道をそれぞれ形成する。その結果、ある分子軌道に対し、特定の原子軌道が特に大きく寄与したり（係数が大きい）、対称性の不一致のために係数がほとんどゼロになるということが起こる。
- 電子近似計算は、ひとえに上記の原理の賜物であり、単純Hückel法が、大変粗い近似の導入であっても電子系の解釈に依然として有用な事実は驚くにあたらない。なお、今回用いるMOPACは軌道もn軌道も計算に含ませるが、内殻電子は含めない。内殻電子は価電子にとって核荷電を遮蔽しているだけだとしてパラメータ化する。この計算方法は価電子近似と呼ばれる。
- 相互作用は、軌道の重なり大きいものほど強く起こる。 $\pi$  型の重なりの方が、 $\sigma$  型の重なりよりも大きいので、図2に示すように、一般に結合軌道の準位は結合軌道の準位より低くなる（逆に  $\pi^*$  結合軌道の準位は  $\sigma^*$  結合軌道の準位より高くなる）。
- 0 や N などの非共有電子対（ロンペア）は、軌道の重なる相手がいないわけだから、一般には相互作用を起こしにくい。その軌道準位は、原子軌道の準位からあまり変化せず、結合性軌道と反結合性軌道の間に入り、非結合性軌道（n電子軌道）と呼ばれる。特定の原子軌道が圧倒的に寄与してひとつの分子軌道を形成する状況を、その分子軌道はその原子に局在している、と表現する。
- 計算機が  $n$  だとか  $n^2$  だとかを知って計算しているのではない。入力データは単に原子の座標と分子の電荷であり、混成の情報も多重結合の情報も入れない。打ち出された結果に意味を与えるのは、あくまでも人間である。計算者は計算結果を評価する能力を磨いて下さい。
- 実際の計算では、軌道のエネルギー  $\epsilon_i$  と係数  $C_{\mu i}$  を行列の対角化計算によって求める。これはサイズの差こそあれ、授業中に手計算させるHückel法と原理的に変わりがない。しかしある初期値を使って繰り返し計算を行わせるところがややトリッキーなところである。 $C_{\mu i}$  には初期値が必要であり、 $C_{\mu i}$  の初期値と計算で出てきた値とは異なる。この差が許容範囲内で一致するまで計算を繰り返す。この操作を、iterative に SCF 解 (self-consistent field での解) を求める、という。LCAO 法や Hückel 法で1電子軌道を用いることの欠点は電子相関の

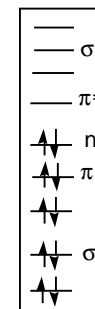


図2 分子軌道準位の一例

概念が欠落していることである。簡単な例では、ベンゼンでは中性分子、ベンゼンラジカルカチオン ( $C_6H_6^{+\cdot}$ )、ベンゼンラジカルアニオン ( $C_6H_6^{-\cdot}$ ) のいずれも全く同じ軌道エネルギーを持つことになる (Hückel 法) が、これは現実と合わない。アニオン中の電子はカチオン中に較べて電子 2 個過剰な分だけ電子の反発を受けているからである。SCF 法は繰り返し計算をすることによって、電子が作る場と電子との相互作用が考慮される。すなわち、電子間反発を間接的に取り入れる。これによってベンゼンアニオンとベンゼンカチオンとでは軌道のエネルギーは異なってくる。したがって、SCF 法を取り入れた MOPAC の計算は Hückel 計算に比べて格段に定量性が高まっている。

- 11) 構造最適化を行う場合、分子構造も収束するまで計算を繰り返す。エネルギーの一次微分として、各原子に働く力を求めて、力の方向へ原子を動かす。実験的に求められた構造に対して分子軌道計算を行う場合はこの手順は行わない (原子座標を固定するという入力ができる)。

#### MOPAC から得られる情報

現在の MOPAC では次の物理量が求められる。

- 固有値  $\epsilon$   
1 電子軌道エネルギー、イオン化ポテンシャル、電子親和力、励起エネルギー
- 固有ベクトル  $C$  (ある固有値  $\epsilon_i$  に対応した係数  $C_{\mu i}$  を並べたもの)  
分子軌道の形... フロンティア軌道密度と配向原理、局在化軌道  
密度行列... 電子密度、結合次数、正味電荷、Mulliken Population 解析
- 最適化構造; 平衡構造、遷移状態の構造、反応座標の追跡
- エネルギー分割 (ENPART サブルーチン); 1 中心、2 中心 (結合) エネルギー
- ポテンシャル局面
- エネルギーの一次微分 (つまり力)、構造の変形
- エネルギーの二次微分 (つまり力の定数)、基準振動 (赤外、ラマン)  
零点振動エネルギー、エンタルピー、エントロピー、比熱  
自由エネルギー、分配関数、遷移状態の判定、反応速度定数
- 一次元高分子の最適化構造、強度、ヤング率、2 次元、3 次元のバンド構造
- 分極率、静的および周波数依存の超分極率、非線形応答
- Electrostatic Potential 法による有効正味電荷の計算
- COSMO 法による溶液中の計算

MOPAC2002 には、積分の計算の仕方やパラメータの強化の仕方によって名付けられた MINDO/3, MNDO, MNDO-d, AM1, PM3, PM5 法が採用されており、計算するときそのうちの一つを選ぶ。その順に開発されてきたことを反映して、計算のパフォーマンスは概ねその順に良くなっている。一例として生成熱の計算値と実験値との比較を図 3 に示す。

半経験的分子軌道法では、いくつかの積分の値に実験値に基づいたパラメータを代入して解いており、パラメータ化は実測値を再現することを目指している。半経験的手法が多くの問題に対して正しい答えを与える能力を持っているのは、よく似た化学種の間で計算結果を較べる場合には共通の誤差が相殺されること、近似計算で系統的に混入する誤差をパラメータに含ませるこ

とができること、などによるところが大きい。

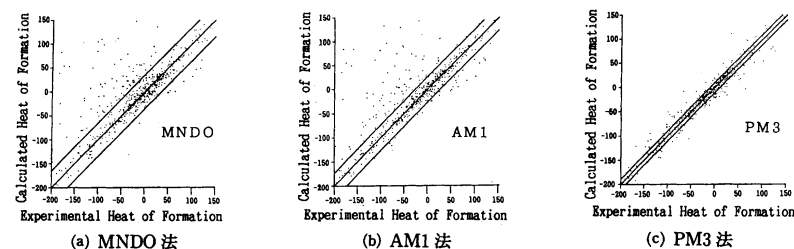


図 3 生成熱の計算値 (縦軸) と実験値 (横軸) との比較。斜めの直線の両側に標準偏差の幅をつけて誤差を示した。

#### 他の分子軌道計算との関係

量子化学授業の教材として役に立っているものとして単純 Hückel 法がある。これは電子軌道だけを扱ったもので、行列方程式が手計算の可能なサイズになる。化学系大学生ならば、練習課題として、アリルラジカル、1,3-ブタジエン、シクロブタジエンなどを体験しておこう。MOPAC は、全価電子を考慮して計算精度を向上させ、" " や " " で伏せられていた定数に数値を与え、定量性を目指したものである、と位置づけることができる。例えばアリルラジカルであれば、単純 Hückel 法では  $3 \times 3$  行列の固有値問題であるが、MOPAC では  $3 \times 4$  (C の L 殻) +  $5 \times 1$  (H の K 殻) = 17 個の AO を用いることになり、 $17 \times 17$  行列を対角化しなければならない。しかも SCF 収束のために繰り返し計算をやる。もし up-spin と down-spin が異なる軌道に入るという取り扱い (UHF 法) ならば  $34 \times 34$  行列となる。計算化学の進歩はコンピュータの発達とともにあったことが理解できるだろう。

歴史的にはもう一つの化学結合の解釈の方法があり、原子価結合法 (VB 法) と呼ばれている。VB 法は、まず電子があり、それが結合を形成するときに軌道が発生するという立場に立っている。この考え方は高校の化学の教科書に使われており、「アンモニア分子は、窒素の対電子 3 つと対電子 1 つをもつ水素原子 3 個が結合してできたものである」などと書いてある。原子価を理解するときと分子の構造を予測するときには、この考え方は大変有用で捨てがたいのであるが、MO 法の勉強の現場では VB 法の考え方を捨ててしまう必要がある。分子軌道法 (MO 法) は、まず軌道があり、それに電子を埋めていくという立場に立っている。例えばベンゼンのように「電子が六員環上を非局在化している」という描像については、6 核の炭素原子にまたがった分子軌道を考えることの方が自然であり、その点で MO 法が優れている。MO 法が発達してきたもう一つの要因としては、LCAO 近似の立式がプログラムコーディング上容易であったことも無視できない。

参考までに、他の有用な計算化学の方法を紹介しよう。非経験的 (ab initio) 分子軌道法は、実験値を一切用いず、近似も最小限にとどめる。MOPAC が価電子だけを計算に用いるのに対して、ab initio 法は全電子を計算に用い、さらに外殻の空軌道も使うことがある。計算のサイズはかなり大きくなる。計算に厳密性があるために理論家に好まれるやり方である。

密度汎関数法 (DTF 法、density functional theory) という計算方法は、Schrödinger 方程式を

解くという点は共通であるが、全電子を計算に用いて、系の基底状態の全エネルギーが、電子密度の汎関数として近似的に表すことができるという数学的定理に基いている。分子軌道法とは異なり電子相関を考慮した解が得られる。旧来の *ab initio* 法で電子相関を取り入れるには大変時間がかかるので、高速な *ab initio*-DFT が現在の主流になりつつある。

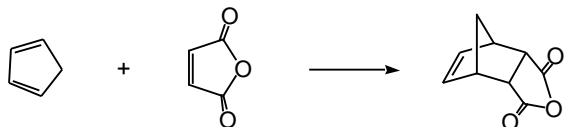
分子構造だけを決めたいとき、分子力場計算 (MM 法、molecular mechanics) というやりかたがある。この計算は 1 学年のときに経験している。原子と原子の間にバネが働くというような古典力学を適用する。この計算からは、電子構造に関する情報は一切得られないが、計算が速く、最適構造に対する信頼性は高い。パラメータセットには MM2 と MM3 がある。構造未知の化合物に対してまず MM 法により構造を推定し、それを分子軌道計算の初期構造に用いることが多い。

## 課題

報告書には、初期構造に用いた分子力場 (使った場合)、MOPAC で用いたハミルトニアンを必ず記録すること。計算機実験の再現性のためには、何を報告すべきかをよく考えよう。有効数字にも留意せよ。

### A. 協奏的環化付加反応

シクロペンタジエンと無水マレイン酸は容易に協奏的 [4+2] 環化付加反応 (Diels-Alder 反応) を行うことが知られている。2ヶ所の C-C 結合は完全に同時に生成し、反応中間体 (イオンやラジカル) を経由しないことがわかっている。

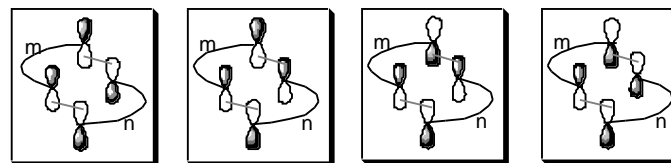


フロンティア軌道論によれば、主として分子軌道により制御される反応 (「やわらかい」反応) は、一方の分子の HOMO (最高占有軌道) と、他方の分子の LUMO (最低非占有軌道) との相互作用の結果引き起こされる。HOMO-LUMO 相互作用を考えると、一方の分子を電子供与側とみて、数ある分子軌道のうちから HOMO を選び出し、他方を受容側とみて、その分子軌道のうちから LUMO を選び出して考える必要がある。相互作用は、端的には軌道同士の重なり起因する、すなわち両者の対称性が合致して十分に重なることが必要である。また、両者のエネルギー準位が近いほど強く相互作用する (分子軌道同士の相互作用の起こり方は、分子内の原子軌道同士の相互作用の起こり方と、まったく同様に考えてよい)。フロンティア軌道論では、反応を電子密度分布だけに求めるのではなく、空軌道の役割を指摘している点にも注意してほしい。

- シクロペンタジエンの HOMO を描き、軌道のエネルギーを記せ。シクロペンタジエンについて、計算に用いられた総価電子数を手計算により求めよ。テキスト本文中の図 2 のような電子配置図を描いたときに、HOMO は下から何番目の軌道であるかを記せ。
- 無水マレイン酸について LUMO を描き、そのエネルギーを記せ。同様に総価電子数を求

め、LUMO は下から何番目の軌道であるかを記せ。

- 上の反応で、反応物質が接近していき遷移状態へ向かうことを想定しよう。新しい C-C 結合が生成する箇所を、(i, ii) で求めた二つの分子軌道の重なりは有効か、無効か。軌道の位相を考慮して答えよ。
- シクロペンテン (あるいは単にエチレン) と無水マレイン酸は、容易には [2+2] 環化付加反応を起こさない。この反応の違いをシクロペンテンの HOMO (エチレンで考えるならば、本文中図 1 にある) を求めて、軌道の対称性から論ぜよ。  
なお、[m+n] 環化付加反応に対して一般化したものが Woodward-Hoffmann 則である。一般的な下図を参考にしなさい。iii, iv) はどの場合に該当するか。
- 電子供与基は一般に分子軌道のエネルギーを上昇させる。逆に、電子求引基は一般に分子軌道のエネルギーを下げる。ブタジエンとシクロペンタジエンの HOMO の軌道エネルギーを比較してみよ (-CH<sub>2</sub>- は電子供与基である)。エチレンと無水マレイン酸の LUMO の軌道エネルギーを比較してみよ (カルボニルは電子求引基である)。通常、Diels-Alder 型反応では、2 の試薬の方 (求ジエン試薬 (ジエノフィル) という) に電子求引基が結合していると、反応が容易に進行する。その理由を考えよ。



### B. 反応の位置選択性と配向性

さらにフロンティア軌道論によれば、一つの分子内で求電子的、求核的、ラジカル的の起こる位置は次の反応指数 (フロンティア電子密度; 空軌道の場合もあるから軌道密度という場合もある) の大きい位置であると予想できる。

問題にしている分子に対して試薬の攻撃が、

- 求電子的な場合は、その分子の HOMO の 2 電子の軌道密度、
  - 求核的な場合は、その分子の LUMO の 2 電子の軌道密度、
  - ラジカル的な場合は、a), b) で述べた二つの軌道の 1 電子軌道密度の和、
- を、それぞれ反応指数と定める。

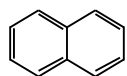
求電子的あるいは求核的の反応の場合には、HOMO あるいは LUMO を描くことにより、その大きなローブを有する原子が反応性が高い原子であると理解することができる。反応指数を数値として算出せず、描画を見るだけで判断してみよう。

芳香族に置換基を導入する反応では、芳香族の豊富な電子系に対して、ニトロニウムイオン (NO<sub>2</sub><sup>+</sup>)、プロモニウムイオン (Br<sup>+</sup>)、アシリウムイオン (R-C<sup>+</sup>=O) などが、イオンのように攻撃することにより開始することが知られている。

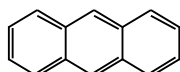
- 芳香族化合物をニトロ化、臭素化、あるいはアシル化などを行うとき、芳香族化合物は電子の供与側として振る舞うか、受容側として振る舞うか。このような反応を考えるときは、芳

香族化合物の分子軌道のうち、どの軌道の軌道密度を考えねばならないか。

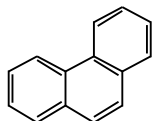
- ii) ナフタレン、アントラセン、フェナントレンは、上記のような反応を行うとき、どの部位で反応しやすいと予想されるか。それぞれの分子軌道を描いて答えよ。
- iii) 求電子反応と求核反応の反応部位は一般には異なることが普通である。ところが、ナフタレンではそれが一致するという。分子軌道を描いて説明せよ。
- iv) フェノール ( $C_6H_5OH$ ) は、ニトロ化などの反応に対して、o,p-あるいはm-配向性のどちらを有するか。分子軌道を描いて答えよ。



naphthalene



anthracene



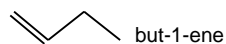
phenanthrene

注意) この取り扱いが福井のフロンティア軌道論に基づくもので、オリジナル論文では iii) を取り扱っている。一般には、反応における選択性や配向性については反応原料の性質だけで議論できるとは限らない。反応遷移状態の計算は MOPAC ではもちろん行えるが、やや advanced な内容なので割愛する。

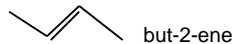
### C. 反応熱の算出

MOPAC は定量性を追求しているところに特徴がある。テキスト文中、図3で示したように、MOPAC の計算では標準生成エンタルピー (生成熱、heat of formation) を求めることができる。生成熱は、その定義からわかるように、異なる物質間相互でも比較することのできる量である。本来、熱化学の実験は、断熱状態に置いたボンベ熱量計を用いて行われるべきものであるが、残念なことにこの装置は学生実験の水準で扱えるものではない。このような場合に計算機実験の実用的意義が高い。また、構造最適化により求められた分子構造の結合長や結合角は、現実の分子構造をよく再現する。結合長は例えばX線結晶構造解析などにより実測されるものである。これも教室において実現することは困難なので、計算機実験により代用することにする、と位置づけて計算してみよう。なお、図3に示されるように、この目的のためには PM3 ハミルトニアンを選択すること。

- i) つぎの異性体について、熱力学的な安定性の順序を調べよ。



but-1-ene

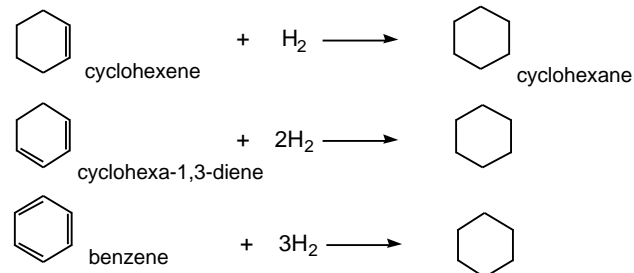


but-2-ene



methylcyclopropane

- ii) 次の3つの水素添加反応について、反応熱をそれぞれ求めなさい。二重結合の数が1, 2, 3個となるに従って、反応熱はどのように変化するか。それに基づいてベンゼンの特別な状況を説明せよ。なお、水素分子の標準生成エンタルピーは定義によりゼロである。
- iii) 左辺の3種の化合物について、一重結合と二重結合の結合長、および二重結合に挟まれた一重結合の結合長を測定せよ。関連する結合角も測定せよ。それらの特徴を述べよ。



注意1) 分子の熱力学的諸量を議論する場合、いくつかの配座異性体が存在するときには、それらの分布に基づいた加重平均を求める必要がある。しかし、今回は議論を簡潔にするために、最安定な構造のみを考慮すればよいことにする。従って、例えばシクロヘキサンは椅子型構造を調べればよいことにする。

注意2) 計算の初期構造によっては、最安定構造に至らない場合がある。言い換えると、エネルギー曲面上の極小値にトラップされて最小値にたどりつけないことがある。その場合には、初期構造を大きく変えてから計算し直す。シクロヘキセンやシクロヘキサジエンについて平面構造が現れたら、それは最安定構造ではない。最安定が準安定であるかは、生成熱の大小で判断する。

### 参考書

- (1), (2) は、量子有機化学の入門書である。(3), (4) はMOPAC のマニュアルである。
- 1) 「量子化学入門(上下)」米沢貞次郎ほか著(化学同人、1983)
  - 2) 「有機反応と軌道概念」藤本博ほか著(化学同人、1986)
  - 3) 「計算化学ガイドブック」Tim Clark 著、大沢映二ほか訳(丸善、1988)
  - 4) 「分子軌道法 MOPAC ガイドブック 2 訂版」平野恒夫、田辺和俊編(海文堂、1991)

メモ: Chem3D (Cambridge Soft) を用いた計算の実際

2つのソフトを同時に開いて、ChemDraw (入力データ作画用) copy&paste Chem3D (MO計算とその結果の3D表示)、という流れの繰り返しである。

Chem3D の中で実際の計算は、MOPAC Minimize Energy PropertyでHeat of Formation (とMolecular Surfaces) Theory でPM3 RUN。メッセージウィンドウを開いて、Heat of formation の収束値を読み取る。

最安定構造かどうかチェックには、MM2 Molecular Dynamics RUN 下部 ボタンで熱振動ストップ MOPAC。Heat of Formation の最も小さいものを真の最安定構造として選ぶ。なお、幾度かの計算の結果、再現する桁までを有効数字と見ればよいだろう。

分子軌道の表示は、View Molecular Orbitals HOMO または LUMO を選択 Show Surfaces。軌道のエネルギーはこのウィンドウから読みとる。等高線 (isocontour) を大きくすることにより、最大の係数をもつ原子を探ることができる。