無機物質工学宿題 その１ 石田

(3) a [解答例]

$$^{212}_{84}Po \longrightarrow {}^{208}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$$

$^{212}_{84}Po$ の結合エネルギーが与えられているので Pb と He の結合エネルギーを求める。

原子の質量 m_0 を求める式は、

$$m_0 = \underbrace{Z}_{原子番号} \underbrace{m_p}_{陽子の質量} + (\underbrace{A}_{質量数} - Z)\underbrace{m_n}_{中性子の質量} + Z \underbrace{m_e}_{電子の質量} \qquad (1)$$

実際測定した原子の質量 m は、m_0 よりも若干小さいので

$$\underbrace{\Delta m}_{質量欠損} = |m - m_0| \qquad (2)$$

エネルギーとの間に次の関係式が成り立つ。

$$\Delta E = \Delta m c^2 \quad (ただし\ c:光速度) \qquad (3)$$

(1)〜(3)式を用いて結合エネルギー ΔE を求める。

(i) Pb について

$$m_0 = 82 \times 1.007276 + (208-82) \times 1.008665 + 82 \times 0.000549$$
$$= 209.73344\ \mathrm{amu}$$

$\boxed{1\mathrm{amu} = 1.660540 \times 10^{-27}\mathrm{kg}}$

$$\Delta E = |207.976641 - 209.7344|\mathrm{amu} \times 1.660540 \times 10^{-27}\mathrm{kg} \times (2.998 \times 10^8)^2\ \mathrm{m^2/s^2} = 26.220 \times 10^{-11}\mathrm{J} = \underline{1636.7\ \mathrm{MeV}}$$ //

(ii) He について

$$m_0 = 2 \times 1.007276 + (4-2) \times 1.008665 + 2 \times 0.000549$$
$$= 4.03298\ \mathrm{amu}$$

$$\Delta E = |4.0026036 - 4.03298|\mathrm{amu} \times 1.660540 \times 10^{-27}\mathrm{kg} \times (2.998 \times 10^8)^2\mathrm{m^2/s^2} = 4.5336 \times 10^{-12}\mathrm{J} = \underline{28.3\ \mathrm{MeV}}$$ //

よって Pb と He の結合エネルギーの和は、1636.7 MeV + 28.3 MeV = 1665.0 MeV

$|1655.8 - 1665.0|\ \mathrm{MeV} = \underline{9.2\ \mathrm{MeV}}$ //

つまり、^{212}Po は 9.2 MeV のエネルギーをもった α 粒子を放出して ^{208}Pb となる。

(6) [解答例]

ボーアモデルでは、

$$\Delta E = h\nu = \frac{-me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) Z^2$$

$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) Z^2$$

また、$\Delta E = h\tilde{\nu} c$ より

$$\tilde{\nu} = \frac{\Delta E}{ch} = \frac{me^4}{8c\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) Z^2 = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) Z^2$$

しゃへい効果により $Z^2 = (Z - S)^2$ （Sは、しゃへい定数）

よって、$\sqrt{\nu} = \sqrt{R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)}\,(Z - S)$

K系列のとき $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $Z - 1 = Q_K$ を代入すると、

$$\sqrt{\nu} = Q_K\left(\frac{3}{4}R\right)^{1/2} \qquad (R = \nu_0)$$

L系列のとき $n_1 = 2$, $n_2 = 3$, $Z - 7.4 = Q_L$ を代入すると、

$$\sqrt{\nu} = Q_L\left(\frac{5}{36}R\right)^{1/2} \qquad (R = \nu_0)$$

となるため、Moselyの式と一致する。