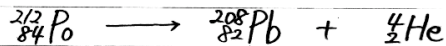


(3) a [解答例]



${}_{84}^{212}\text{Po}$  の結合エネルギーが与えられているので Pb と He の結合エネルギーを求める。

原子の質量  $m_0$  を求める式は、

$$m_0 = \sum \underbrace{m_p}_{\text{陽子の質量}} + (A - Z) \underbrace{m_n}_{\text{中性子の質量}} + \sum \underbrace{m_e}_{\text{電子の質量}} \quad (1)$$

原子番号      ↓      質量数

実際測定した原子の質量  $m$  は、 $m_0$  よりも若干小さいので

$$\underbrace{\Delta m}_{\text{質量欠損}} = |m - m_0| \quad (2)$$

エネルギーとの間に次の関係式が成り立つ。

$$\Delta E = \Delta m c^2 \quad (\text{ただし } c: \text{光速}) \quad (3)$$

(1)~(3)式を用いて結合エネルギー  $\Delta E$  を求める。

(i) Pb に対して

$$m_0 = 82 \times 1.007276 + (208 - 82) \times 1.008665 + 82 \times 0.000549$$

$$= 209.73344 \text{ amu}$$

$$1 \text{ amu} = 1.660540 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\Delta E = |207.97664 - 209.73344| \text{ amu} \times 1.660540 \times 10^{-27} \text{ kg} \times (2.998 \times 10^8)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 26.220 \times 10^{-11} \text{ J} = 1636.7 \text{ MeV} //$$

(ii) He に対して

$$m_0 = 2 \times 1.007276 + (4 - 2) \times 1.008665 + 2 \times 0.000549$$

$$= 4.03298 \text{ amu}$$

$$\Delta E = |4.0026036 - 4.03298| \text{ amu} \times 1.660540 \times 10^{-27} \text{ kg} \times (2.998 \times 10^8)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 4.5336 \times 10^{-12} \text{ J} = 28.3 \text{ MeV} //$$

よって Pb と He の結合エネルギーの和は、 $1636.7 \text{ MeV} + 28.3 \text{ MeV} = 1665.0 \text{ MeV}$

$$|1655.8 - 1665.0| \text{ MeV} = 9.2 \text{ MeV} //$$

つまり、 ${}_{84}^{212}\text{Po}$  は  $9.2 \text{ MeV}$  のエネルギーをもった  $\alpha$  粒子を放出して  ${}_{82}^{208}\text{Pb}$  となる。

(6) [解答例]

ボア-アインシュタインでは、

$$\begin{aligned}\Delta E = h\nu &= \frac{-me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) Z^2 \\ &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2\end{aligned}$$

また、 $\Delta E = h\tilde{\nu}c$  より

$$\tilde{\nu} = \frac{\Delta E}{ch} = \frac{me^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2 = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) Z^2$$

ルンダースト効果により  $Z^2 = (Z-S)^2$  ( $S$  はルンダースト定数)

$$\text{よって } \sqrt{\tilde{\nu}} = \sqrt{R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} (Z-S)$$

K系列のとき  $n_1=1, n_2=2, Z-1 = Q_K$  を代入すると、

$$\sqrt{\tilde{\nu}} = Q_K \left( \frac{3}{4} R \right)^{1/2} \quad (R = \nu_0)$$

L系列のとき  $n_1=2, n_2=3, Z-7.4 = Q_L$  を代入すると、

$$\sqrt{\tilde{\nu}} = Q_L \left( \frac{5}{36} R \right)^{1/2} \quad (R = \nu_0)$$

とすると、Moselyの式と一致する。